**משתנים מקריים רציפים**

**הגדרה: משתנה מקרי X נקרא רציף אם קיימת פונקציה לא שלילית f, מוגדרת על כל R, כך שלקבוצה כלשהי של מספרים ממשיים B מתקבל:**

****

**הפונקציה f(x) נקראת צפיפות.**

**מההגדרה הנ"ל נובע כי **

****

**f(x) מקיימת:**

1. f(x)≥0

2.

חישוב הסתברויות של מ"מ רציף היא חישוב שטח תחת פונקציית הצפיפות.

**פונקציית התפלגות המצטברת של מ"מ רציף X** מסומנת ונתונה על ידי

תכונות: א. 

ב.  היא פונקציה מונוטונית לא יורדת

ג. היא פונקציה קדומה ל-f(x) ולכן:

ד. 

ה. 

**תוחלת:**

****

****

****

**תכונות התוחלת:**

**שונות:**

****

****

**נוסחה: **

**תכונות השונות:**

**תהי נתונה סדרה של n מ"מ ב"ת**

**אזי:**

****

**התפלגויות מיוחדות (רציפות)**

1. התפלגות אחידה: 



תוחלת: 

הוכחה:



מ.ש.ל.

שונות: 

הוכחה:







מ.ש.ל.

2. התפלגות מעריכית: 





תוחלת:

הוכחה:









מ.ש.ל.

שונות: 

הוכחה:





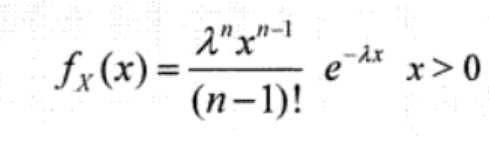




מ.ש.ל.

**הוכחה "הסתברותית" לתוחלת והשונות:**

יהי X מ"מ רציף, x>0, יהי λ פרמטר (λ >0) ויהי n מספר טבעי אז מ"מ X הוא בעל התפלגות ארלנג (גאמא עם α טבעי) אם פונקציית הצפיפות של X נתונה על ידי:



הוכח כי התוחלת של מ"מ מעריכי שווה

**טענה**: יהי X מ"מ רציף, x>0 , יהי λ פרמטר (λ >0) . X מ"מ מעריכי עם הפרמטר λ אם ורק אם X חסר זיכרון.

3. התפלגות נורמלית: 

הגדרה: 



טענה: f(x) היא צפיפות.

הוכחה:





ועלינו להוכיח כי:





עוברים לקואורדינטות פולריות:





מ.ש.ל.

התפלגות נורמלית סטנדרטית (תקנית) Z~N(0,1)





שימוש בלוחות:





הערה: אם z שלילי, אזי 

דוגמה: 

תקנון: 



הוכחה:





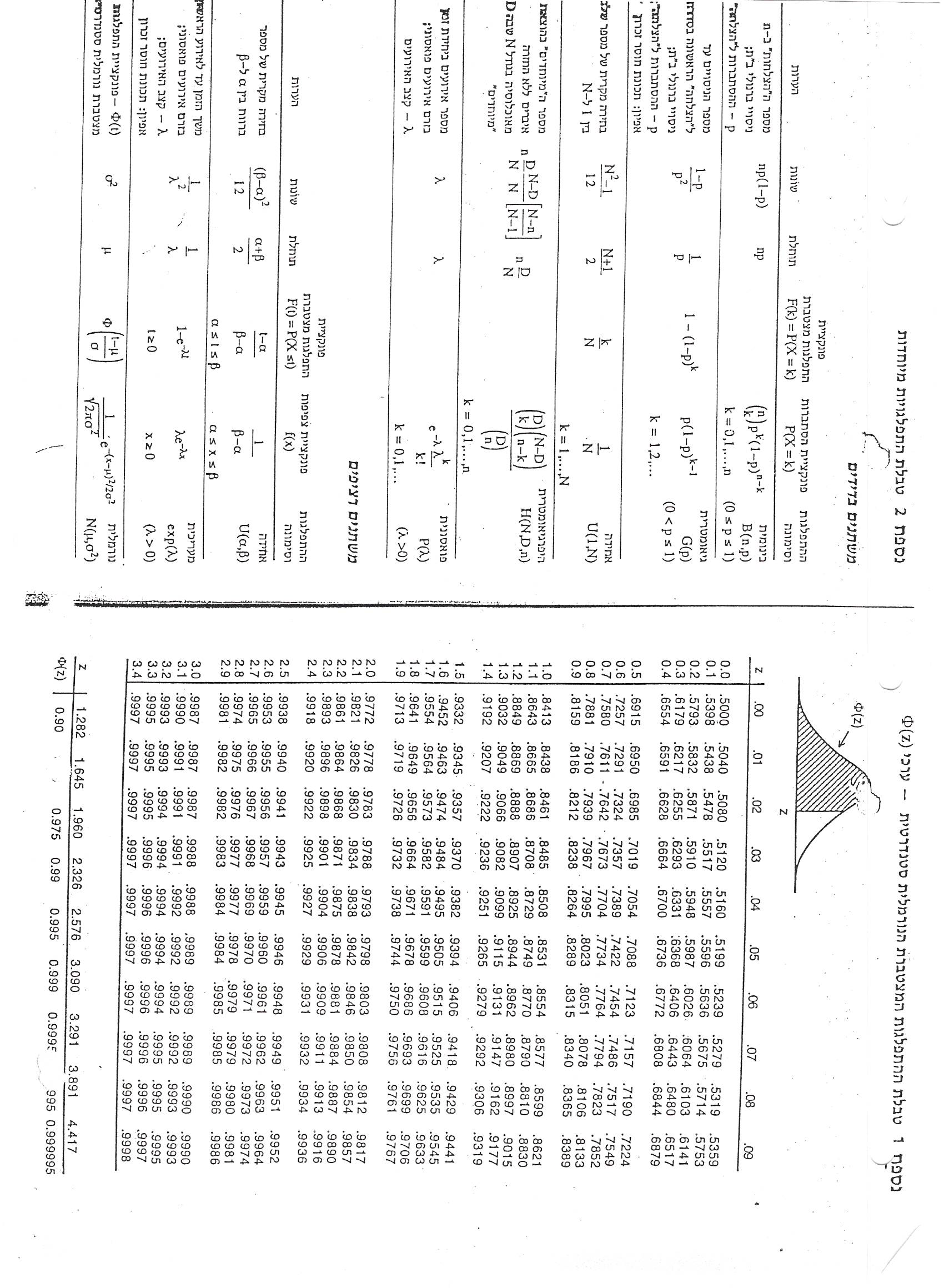
ההוכחה הנ"ל מסתמכת על משפט לפיו אם X~N אזי גם aX+b~N.

מזה נובע:



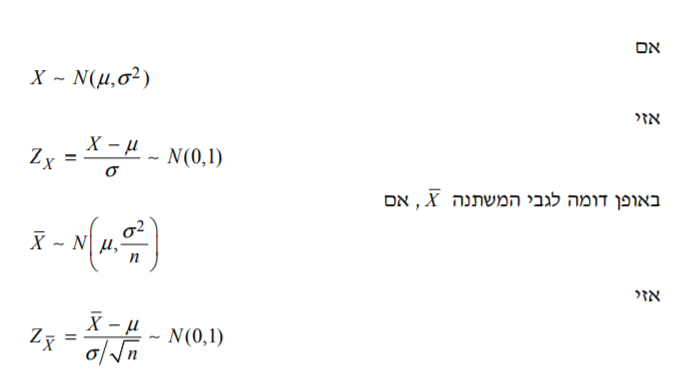
דוגמה: X~N(12,4)

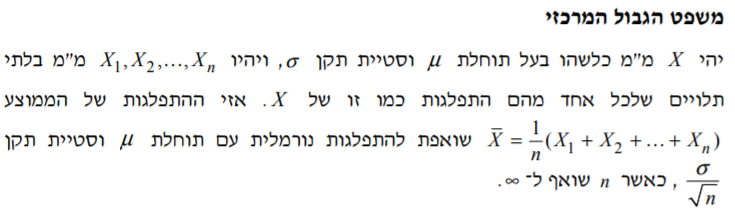


****

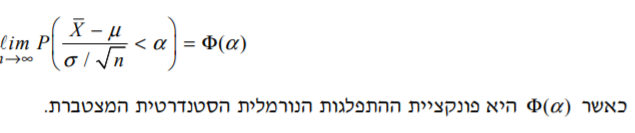


התפלגות דגימה:

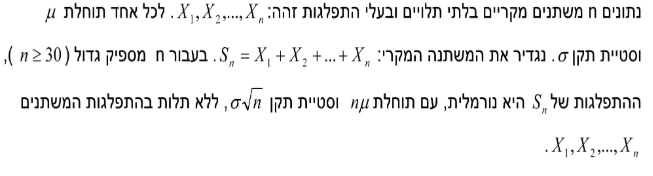




כלומר:



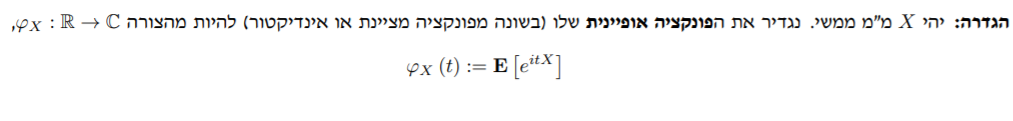
גרסת הסכום

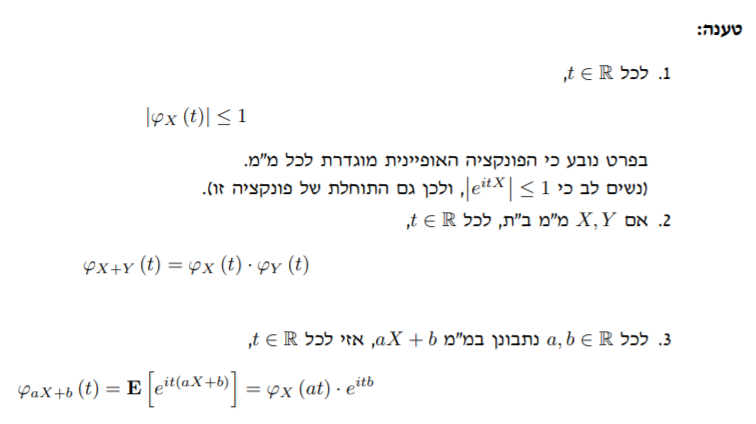


כלומר:



פונקציה אופיינית





משפט היחידות: לכל מ"מ קיימת פונקציה אופיינית יחידה.

דוגמאות

